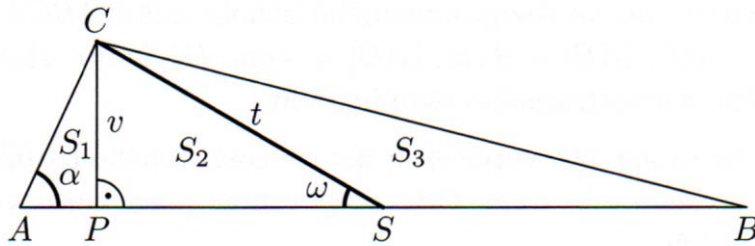


Příklad 2

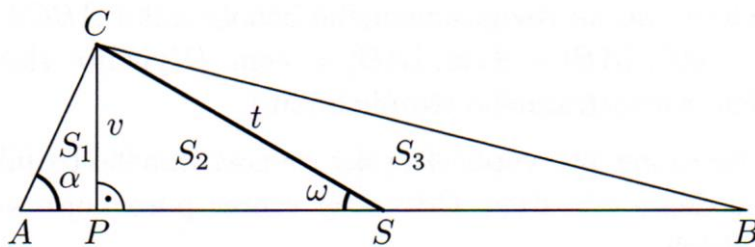
Těžnice t a výška v ke straně c rozdělí trojúhelník ABC na tři trojúhelníky, jejichž obsahy označíme S_1 , S_2 a S_3 . Vypočtěte tyto obsahy, je-li $|SC| = t = 10$ cm, $\omega = 30^\circ$, $\alpha = 65^\circ$ (obr. 68). Výsledky zaokrouhlete na jedno desetinné místo.



Obr. 68

Příklad 2

Těžnice t a výška v ke straně c rozdělí trojúhelník ABC na tři trojúhelníky, jejichž obsahy označíme S_1 , S_2 a S_3 . Vypočtěte tyto obsahy, je-li $|SC| = t = 10$ cm, $\omega = 30^\circ$, $\alpha = 65^\circ$ (obr. 68). Výsledky zaokrouhlete na jedno desetinné místo.



Obr. 68

Řešení

Nejdříve si zapíšeme potřebné vzorce pro obsahy trojúhelníků APC , PSC , SBC :

$$S_1 = \frac{1}{2}|AP| \cdot v, S_2 = \frac{1}{2}|PS| \cdot v, S_3 = \frac{1}{2}|BS| \cdot v.$$

Vypočítáme v ; můžeme např. užít vztah

$$\sin \omega = \frac{v}{t}.$$

$$\sin 30^\circ = \frac{v}{10}$$

$$0,5 = \frac{v}{10}$$

$$v = 0,5 \cdot 10$$

$$v = 5$$

$$v = 5 \text{ cm}$$

Nyní už snadno vypočítáme $|PS|$ pomocí Pythagorovy věty:

$$|PS|^2 = t^2 - v^2$$

$$|PS|^2 = 100 - 25$$

$$|PS| = \sqrt{75} \doteq 8,66$$

$$|PS| \doteq 8,66 \text{ cm}$$

Nejjednodušší je výpočet S_2 :

$$S_2 = \frac{1}{2} |PS| \cdot v$$

$$S_2 = 8,66 \cdot \frac{5}{2}$$

$$S_2 = 4,33 \cdot 5$$

$$S_2 = 21,65 \doteq 21,7$$

$$S_2 \doteq 21,7 \text{ cm}^2$$

Abychom mohli vypočítat S_1 , musíme znát $|AP|$. Užijeme funkci tangens:

$$\text{tg } \alpha = \frac{v}{|AP|}$$

$$\text{tg } 65^\circ = \frac{5}{|AP|}$$

$$2,145 \cdot |AP| = 5$$

$$|AP| = \frac{5}{2,145}$$

$$|AP| \doteq 2,331$$

$$|AP| \doteq 2,331 \text{ cm}$$

Výpočet S_1 :

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot |AP| \cdot v$$

$$S_1 = 2,331 \cdot \frac{5}{2}$$

$$S_1 \doteq 5,8$$

$$S_1 \doteq 5,8 \text{ cm}^2$$

Před výpočtem S_3 určíme $|SB|$. Protože S je středem úsečky AB , platí

$$|SB| = 2,331 + 8,66$$

$$|SB| = 10,991$$

$$|SB| = 10,991 \text{ cm}$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot |BS| \cdot v$$

$$S_3 = 10,991 \cdot \frac{5}{2}$$

$$S_3 \doteq 27,5$$

$$S_3 \doteq 27,5 \text{ cm}^2$$

Protože $|AP| + |PS| = |SB|$ a výška v je společná pro trojúhelník ASC a trojúhelník SBC , musí platit, že obsahy těchto trojúhelníků jsou si rovny. Toho můžeme využít ke kontrole správnosti výpočtů. Obsah trojúhelníku ASC je roven součtu obsahů trojúhelníků APC a PSC , tedy přibližně $5,8 \text{ cm}^2 + 21,7 \text{ cm}^2$, což je $27,5 \text{ cm}^2$. Obsah trojúhelníku SBC je rovněž $27,5 \text{ cm}^2$.